TP N.07
Étude du pendule pesant ou pendule simple

Manipulations à faire durant le TP :
- Vérifier l'horizontalité de la table à l'aide d'un niveau à bulle.
- L'enregistrement nécessite l'appui sur un bouton, deux mobiles autoporteurs étant présent sur la table pour assurer un circuit fermé.
- Bien noter la durée t entre deux impulsions de la haute-tension, ainsi que la masse m du mobile autoporteur utilisé.

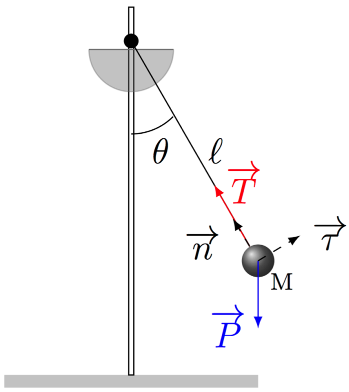
ATTENTION

!!!Ne pas rester en contact avec la table lors de l'application de la haute tension aux éclateurs!!!
OBJECTIFS DU TP
- Vérifier l'isochronisme des oscillations
- Vérifier l'expression de la période des oscillations.
- Faire une étude du mouvement de ce pendule Cas des grands angles.

1 Détermination de l'équation différentielle générale :

Le pendule simple étudié est constitué :
- d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l ;
- d'une masse M ponctuelle accrochée au bout du fil.

L'amplitude des oscillations est repérée par l'angle θ que fait le fil avec la position verticale.
La position d'équilibre correspond à $\theta = 0$.On écarte la masse de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 et on la lâche sans vitesse initiale.
On cherche l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$, seul degré de liberté du système.
Il s'agit d'un problème de mécanique, on définit les bases :



- Référentiel : Laboratoire supposé galiléen ;
- Système : masse M ;

1. Faire un bilan des forces appliquées.
2. appliquer le PFD au système d'étude.
3. projeter cette relation sur la base mobile constituée d'un vecteur tangentiel $\overrightarrow{\tau}$ dirigé dans le sens du mouvement et d'un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ dirigé vers le point de suspension du pendule.
4. L'équation nous permet d'obtenir la tension du fil tandis que l'équation nous donne l'équation différentielle du mouvement.Trouver cette équation différentielle.
5. Cette équation différentielle est-elle linéaire .

1.0.1 Cas de l'oscillateur linéaire :

Pour des petits angles d'oscillations, on assimile $\sin\theta$ à θ. L'équation différentielle devient alors, en posant $\omega_0^2 = \dfrac{g}{l}$:

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

Les oscillations sont donc périodiques de période propre $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ ou de fréquence propre

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

ω_0 étant la pulsation propre des oscillations.
Ainsi le graphe $\theta(t)$ est une sinusoïde pure, on parle **d'oscillateur harmonique**.
Dans la pratique, les oscillations sont légèrement amorties par les frottements de l'air, mais nous considérons ceux-ci comme négligeables.

1.1 Cas des grands angles :

Même sans frottement, la solution de l'équation différentielle est complexe, **les oscillations ne sont plus sinusoïdales**.
Pour des amplitudes ne dépassant pas les 60^0 ($\theta \leq 60^0$), on peut utiliser la **formule de Borda** (Voir annexe)qui donne la période des :

$$T = T_0\left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$$

où θ_0 est exprimé en radians.
Cette formule est obtenue en utilisant un développement limité (une approximation polynomiale) de la fonction sinus.

2 Études expérimentales :Étude de la période d'un pendule simple

2.1 Mesure :

On mesurera la durée de **10 oscillations** et on enclenchera le chronomètre lorsque le pendule passera par sa position d'équilibre.

- Pourquoi 10 oscillations plutôt qu'une seule ?

2.2 Influence de l'amplitude :

- Suspendre une masse de 100 g.
- Régler la longueur L du pendule à 50 cm.
- Déterminer la période T pour des amplitudes initiales d'environ 5, 10, 15 , 20 , 30 et 40^0. Consigner les résultats dans le tableau ci-dessous.

$\theta_0(^0)$	5	10	15	20	30	40
$T(s)$						

- Conclure et donner le nom du phénomène ainsi observé.
- pour $\theta_0 \geq 40^0$ vérifier la **formule de Borda**.

2.3 Influence de la masse :

- Régler la longueur L du pendule à 50 cm et l'amplitude initiale à 20^0.
- Déterminer la période T du pendule pour des masses de 50g, 100g, 150g, 200g. Consigner les résultats dans le tableau ci-dessous.

$masse(g)$	50	100	150	200
$T(s)$				

- Conclure.

2.4 Influence de la longueur du fil L :

Attention : l'objet étant considéré comme ponctuel, la longueur du fil correspond en fait à la longueur totale formée **par le fil et le rayon de la boule** (qui n'est pas négligeable devant des petites longueurs).

- Mesurer T pour des longueurs L = 10, 20, 40, 60, 80 et 100 cm avec **m et θ fixés**. Consigner les résultats dans le tableau ci-dessous.

$L(10^{-2}m)$	10	20	40	60	80	100
$T(s)$						

- Tracer le graphe représentant T en fonction de L puis faire modéliser.
- Conclure.

2.5 Expression de T :

L'expression de la période propre d'un pendule simple non-amorti est :$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

- Vérifier, à l'aide des résultats expérimentaux, cette expression.

Exercice 1. ***Vitesse d'un pendule***
On accroche une bille de masse m =200 g au bout d'un fil de masse négligeable et de longueur $l = 1$ m. On lâche la bille avec une vitesse nulle dans une position initiale faisant un angle $\theta = 15^o$ avec la verticale.

1. *Quelle est la vitesse v_m lors de son passage par la position verticale ?*
2. *Établir par trois méthodes puis calculer la période de ce pendule en supposant que le mouvement vérifie l'hypothèse des petites oscillations.*

Rép : ***1)*** $v_m = 0.82 m.s^{-1}$; ***2)*** $T_0 = 2.0 s$.